微積分解法 2019　レポート6回目

問1　部分分数展開を求めよ。

$$\frac{x^2}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x-2)}$$

$$B = \frac{\boxed{(1)}}{9}$$

問2.　部分分数展開を求めよ。

$$\frac{1}{x^3+1} = \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1}$$

$$C = \frac{\boxed{(2)}}{3}$$

$\boxed{(1)} = 5$

$\boxed{(2)} = 2$

問1. 通分すると、

$$x^2 = A(x-2) + B(x+1)(x-2) + C(x+1)^2 \cdots (\star)$$

$(\star)$ に $x=2$ を代入.

$$4 = 9C \qquad \therefore \quad C = \frac{4}{9}$$

$(\star)$ に $x=-1$ を代入.

$$1 = -3A \qquad \therefore \quad A = -\frac{1}{3}$$

両辺の x^2 の係数を比較すると、

$$1 = B + C \qquad \therefore \quad B = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

まとめて

$$\frac{x^2}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{-\frac{1}{3}}{(x+1)^2} + \frac{\frac{5}{9}}{(x+1)} + \frac{\frac{4}{9}}{(x-2)}$$

問2、　通分すると、

$$1 = A(x^2 - x + 1) + (Bx + C)(x + 1)$$

$$= (A+B)x^2 + (-A+B+C)x + A + C$$

よって x の中の係数の比較から、

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ -A + B + C = 0 \\ A + C = 1 \end{cases}$$

これを解いて

$$A = \frac{1}{3},\ B = -\frac{1}{3},\ C = \frac{2}{3}$$