

確率統計学・期末試験（平成30年2月1日、機械システム、126名）
 自筆ノートおよび電卓は持ち込み可とする。

問1 (1) 魚13尾の体長を測定した。標本平均と標本分散を求めなさい。

20 30.5, 33.6, 26.3, 35.5, 28.7, 31.3, 27.7, 31.8, 29.9, 32.6, 26.8, 30.8, 28.3 cm.

(2) 母平均が300、母分散が100である母集団から大きさ10の標本を抽出する。標本平均の平均、および標本平均の分散を求めなさい。

15 問2 コインを25000回投げて裏の出た総数が125500回以下である確率は何パーセントか、中心極限定理により小数点第一位まで概算しなさい。

15 問3 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ の標準偏差は $\sigma = 0.10$ であった。この母集団から大きさ $n = 25$ の標本を取り出した。標本平均は $\bar{x} = 1.24$ であった。母平均 μ に対する信頼度95%の信頼区間を小数点第2位まで概算しなさい。

問4 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から大きさ10の標本を取り出した。

40

1447, 1443, 1442, 1438, 1448, 1449, 1423, 1439, 1472, 1428.

以下の問いに答えよ。ただし、(2)(3)は小数点第一位まで概算しなさい。

(1) 標本平均 \bar{x} と標本分散 s^2 を求めなさい。

(2) 母平均 μ に対する信頼度99%の信頼区間を求めなさい。

(3) 母分散 σ^2 に対する信頼度95%の信頼区間を求めなさい。

問5 次の分布を自由度 n の χ^2 乗分布という。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$

10

$$T_n(x) = \begin{cases} \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

(1) 次の式を示しなさい。

$$\int_{-\infty}^{\infty} T_n(x) dx = 1.$$

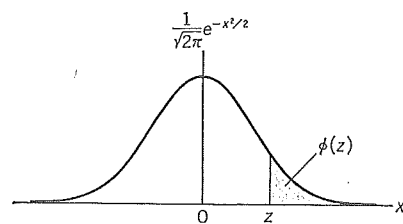
(2) 次の式を示しなさい。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x T_n(x) dx = n.$$

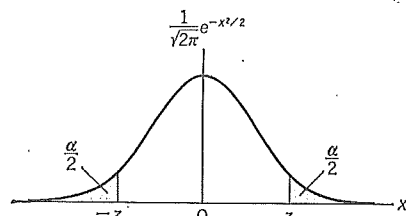
必要ならば配布した積分数値表を用いなさい。

附表2 正規分布 $\phi(z) = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$ の値

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0093	0.0091	0.0088	0.0086	0.0084
2.4	0.0082	0.0079	0.0077	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0067	0.0065	0.0063
2.5	0.0062	0.0060	0.0058	0.0057	0.0055	0.0053	0.0052	0.0050	0.0049	0.0048
2.6	0.0046	0.0045	0.0044	0.0042	0.0041	0.0040	0.0039	0.0037	0.0036	0.0035
2.7	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0025	0.0024	0.0024	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019	0.0019
2.9	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014	0.0013
3.0	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010	0.0010
3.1	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007
3.2	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002



陰影部の面積が $\phi(z)$ の値である



陰影部の面積の和が α となる z の値

α	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

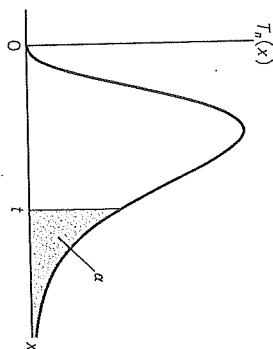
附 表

附 表

附表3 χ^2 分布 $\int_t^{\infty} T_n(x) dx = \alpha$ となる α と t の値

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
0.975	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.950	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.900	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.500	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.100	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.050	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.025	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.010	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056
0.005	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.024	0.028	0.032	0.036	0.040	0.044	0.048	0.052	0.056

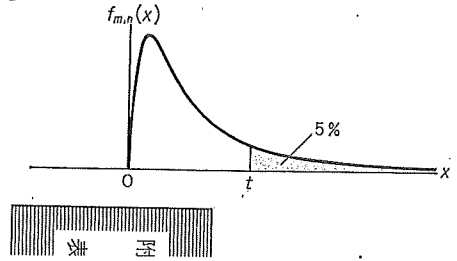
スチブナー、コクラン(畑村, 奥野, 津村訳): 『統計的方法』(原書第6版), 岩波書店(1972)より引用。



附表4 F分布. その1 ($\alpha=0.05$) $\int_t^\infty f_{m,n}(x)dx=0.05$ となる m, n, t の値

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	40	60	120	∞
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	250.09	251.14	252.20	253.25	254.32
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.39	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.84	2.77	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

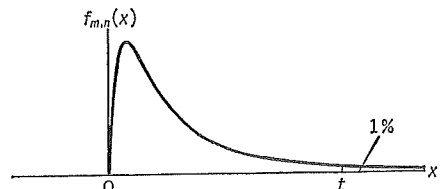
$\int_t^\infty f_{a,b}(x)dx=0.95$ となる t の値は、この表の $m=b, n=a$ に対する値の逆数である。



附表5 F分布. その2 ($\alpha=0.01$) $\int_t^\infty f_{m,n}(x)dx=0.01$ となる m, n, t の値

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	40	60	120	∞
1	4052.2	4999.5	5403.3	5624.6	5763.7	5859.0	5928.3	5981.6	6022.5	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6260.7	6286.8	6313.0	6339.4	6366.0
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.88	26.69	26.51	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.93	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

$\int_t^\infty f_{a,b}(x)dx=0.99$ となる t の値は、この表の $m=b, n=a$ に対する値の逆数である。



解答例

①

問1.

(1) 標本平均 $\bar{x} = \frac{1}{13} (30.5 + 33.6 + 26.3 + 35.5 + 28.7 + 31.3$
 $+ 27.7 + 31.8 + 29.9 + 32.6 + 26.8 + 30.8 + 28.3)$
 $= \underline{30.3 \text{ cm}}$

標本分散 $S^2 = \frac{1}{13} \{ (30.5 - 30.3)^2 + (33.6 - 30.3)^2 + (26.3 - 30.3)^2$
 $+ (35.5 - 30.3)^2 + (28.7 - 30.3)^2 + (31.3 - 30.3)^2$
 $+ (27.7 - 30.3)^2 + (31.8 - 30.3)^2 + (29.9 - 30.3)^2$
 $+ (32.6 - 30.3)^2 + (26.8 - 30.3)^2 + (30.8 - 30.3)^2$
 $+ (28.3 - 30.3)^2 \}$
 $= \underline{\frac{88.49}{13} \text{ cm}}$

(2) 母平均 $\mu = 300$, 分散 $\sigma^2 = 100$.
大きさ $n = 10$.

標本平均の平均 = $\mu = 300$

標本平均の分散 = $\frac{\sigma^2}{n} = \frac{100}{10} = 10$

問2.

コインを $n = (500)^2$ 回投げ、表が x 回出る
 確率は 2項分布 $\text{Bin}(n, p)$ ($n = 500^2, p = \frac{1}{2}$) に従い、
 平均 $\mu = np = 125000$, 分散 $\sigma^2 = np(1-p) = 62500 = (250)^2$.

表が 125500 回以下出る確率 P は、

$$P = \sum_{x=0}^{125500} n C_x \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$n = (500)^2$ は十分に大きいため、中心極限定理により、
 正規分布で近似される。

$$P \doteq \int_{-\infty}^{125500} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\frac{\sigma^2}{n}}\right) dx$$

変数変換 $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ により、

$$P \doteq \int_{-\infty}^{\frac{125500-125000}{250} = 2.0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

正規分布の積分数値表により、

$$P \doteq 1 - 0.0228$$

つまり、97.7%

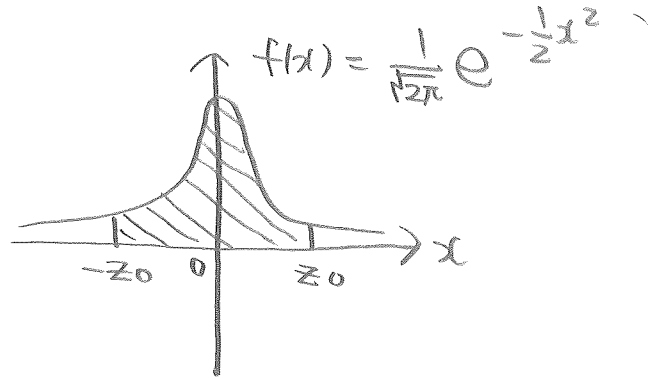
問3、 区間推定定理により、母平均 μ は $100 \times \alpha \%$ の確率で
 $(\alpha = 0.95)$

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0$$

に入る。ただし n は標本の大きさで $n = 25$ 、
 標本平均 $\bar{x} = 1.24$ 。

z_0 は

$$\int_{-z_0}^{z_0} f(x) dx = \alpha = 0.95$$



をみたすように選ぶ。

積分数値表により、 $z_0 = 1.960$ 。

よて

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 = 1.24 - \frac{0.10}{5} 1.960 = 1.2008$$

$$\bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 = 1.24 + \frac{0.10}{5} 1.960 = 1.2792$$

$$\underline{1.20 < \mu < 1.28}$$

問4.

$$(1) \text{ 標本平均 } \bar{x} = \frac{1}{10} (1447 + 1443 + 1442 + 1438 + 1448 \\ + 1449 + 1423 + 1439 + 1472 + 1428) \\ = \underline{1442.9}$$

$$\text{標本分散 } s^2 = \frac{1}{10} \{ (1447 - \bar{x})^2 + (1443 - \bar{x})^2 + \dots \} \\ = \underline{158.5}$$

(2) F分布に関する区間推定定理により、標本平均 $\bar{x} = 1442.9$
 標本分散 $s^2 = 158.5$ 、標本の大きさ $n = 10$ に対して、
 母平均 μ は 99% の確率で、

$$\bar{x} - \frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}} < \mu < \bar{x} + \frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}}$$

に入る。ただし、 z_1 は自由度 $(1, n-1)$ のF分布 $f_{1, n-1}(x)$ に対して、

$$\int_{z_1}^{\infty} f_{1, n-1}(x) dx = 1 - 0.99 = 0.01$$

をみたす数 z_1 、積分数値表から、 $z_1 = 10.56$ が分かった。

$$\text{よって } \frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}} \doteq 13.64 \text{ であり、}$$

$$\underline{1429.3 < \mu < 1456.5}$$

(3) χ^2 分布に関する区間推定定理により、母分散 σ^2 は、⑤
 標本の大きさ $n=10$, 標本分散 $s^2=158.5$ に対して、
 95%の確率で、

$$\frac{ns^2}{z_2} < \sigma^2 < \frac{ns^2}{z_1}$$

に入る。ただし、 z_1, z_2 は、自由度 $(n-1)$ の χ^2 分布
 $T_{n-1}(x)$ に対して、

$$\int_{z_1}^{\infty} T_{n-1}(x) dx = 1 - \frac{1-0.95}{2} = 0.975$$

$$\int_{z_2}^{\infty} T_{n-1}(x) dx = \frac{1-0.95}{2} = 0.025$$

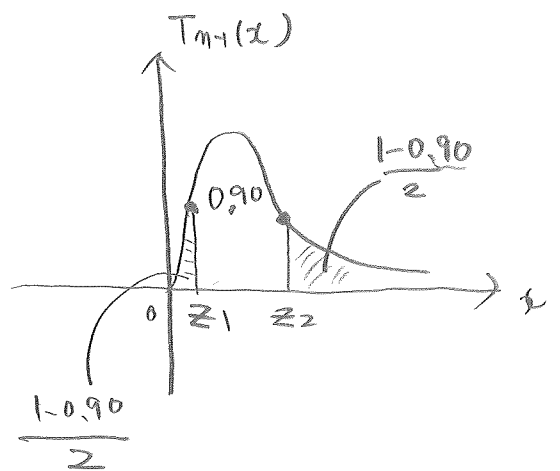
をみたす数で、

積分数値表から、

$$z_1 = 2.70$$

$$z_2 = 19.02$$

よって



$$\underline{83.3 = \frac{ns^2}{z_2} < \sigma^2 < \frac{ns^2}{z_1} = 587.0}$$

問5

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} T_m(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$y = \frac{x}{2}$ とおす. $dy = \frac{1}{2} dx$

$$\text{式'} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} (2y)^{\frac{n}{2}-1} e^{-y} \cdot 2 dy$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^{\infty} y^{\frac{n}{2}-1} e^{-y} dy$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})} \Gamma(\frac{n}{2}) = 1$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} x T_m(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$y = \frac{x}{2}$ とおす.

$$\text{式'} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} (2y)^{\frac{n}{2}} e^{-y} \cdot 2 dy$$

$$= \frac{2}{\Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^{\infty} y^{\frac{n}{2}+1-1} e^{-y} dy$$

$$= \frac{2}{\Gamma(\frac{n}{2})} \Gamma(\frac{n}{2} + 1)$$

$$= \frac{2}{\Gamma(\frac{n}{2})} \frac{n}{2} \Gamma(\frac{n}{2}) = n$$