確率統計学・期末試験
（平成２９年２月３日、機械システム、１２４名）

問１（１）ある店の７日間の入場者数は以下のようになった。平均および分散を求めよ。

20

$$710, 260, 620, 590, 730, 1090, 810.$$

（２）母平均が３０、母分散が１０である母集団から大きさ１００の標本を抽出する。標本平均の平均、および標本平均の分散を求めなさい。

10 問２ あるミカン園で収穫されるミカンは平均１０５グラム、標準偏差１２グラムである。このミカン園で４０個収穫したとき、その重さがそれぞれ１００グラム以上（合計４キログラム以上）である確率は何パーセントか、中心極限定理により概算しなさい。

問３ 自由度 n の χ^2 分布の確率密度 $T_n(x)$ $(n=1,2,3,\cdots)$ は次の式で与えられる。

20

$$T_n(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\dfrac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

（１）$\int_{-\infty}^{\infty} T_n(x)dx = 1$ を示しなさい。 10

（２）自由度 n の χ^2 分布の期待値は n であることを示しなさい。 10

20 問４ 正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う母集団から１６個の標本を抽出した。標本平均は $\bar{x} = 152$、標本分散は $s^2 = (34.2)^2$ であった。母平均 μ の９９パーセントの信頼区間を、以下２通りの場合（１）、（２）について、小数点第１位まで求めなさい。

（１）母分散が既知で $\sigma^2 = (28.6)^2$ の場合。 10

（２）母分散 σ^2 が未知の場合。 10

30 問５ 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から大きさ 10 の標本を取り出した。

$$1447, 1443, 1442, 1438, 1448, 1449, 1423, 1439, 1472, 1428.$$

以下の問いに答えよ。ただし、（２）（３）は小数点第２位を四捨五入しなさい。

（１）標本平均と標本分散を求めなさい。 10

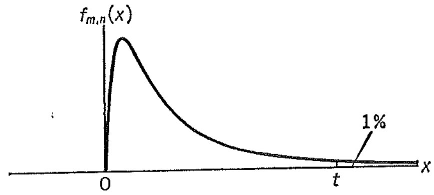
（２）母平均 μ の信頼区間を信頼水準 99 パーセントで推定せよ。 10

（３）母分散 σ^2 の信頼区間を信頼水準 90 パーセントで推定せよ。 10

附表5 F 分布. その2 ($\alpha=0.01$) $\int_t^{\infty} f_{m,n}(x)dx=0.01$ となる m, n, t の値

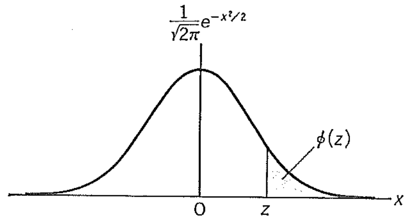
n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	40	60	120	∞
1	4052.2	4999.5	5403.3	5624.6	5763.7	5859.0	5928.3	5981.6	6022.5	6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6260.7	6286.8	6313.0	6339.4	6366.0
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.88	26.69	26.51	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.93	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

$\int_t^{\infty} f_{a,b}(x)dx=0.99$ となる t の値は，この表の $m=b$, $n=a$ に対する値の逆数である.

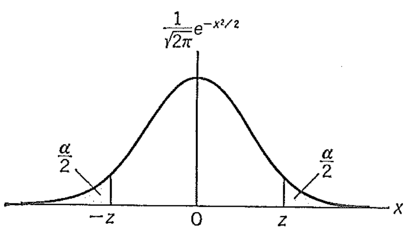


附表2 正規分布 $\phi(z)=\int_z^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}dx$ の値

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024



陰影部の面積が $\phi(z)$ の値である



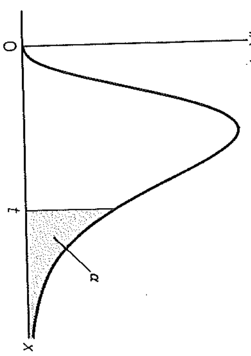
陰影部の面積の和が α となる z の値

α	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

附表 3　χ^2 分布　$\int_t^\infty T_n(x)dx=\alpha$ となる α と t の値

n \ α	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	…	…	0.02	0.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.05	0.10	0.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.22	0.35	0.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.48	0.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	1.24	1.64	2.20	5.35	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	8.23	9.39	10.86	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	8.91	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
30	16.79	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	24.43	26.51	29.05	39.34	51.80	55.76	59.34	63.69	66.77
50	32.36	34.76	37.69	49.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	40.48	43.19	46.46	59.33	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	48.76	51.74	55.33	69.33	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	57.15	60.39	64.28	79.33	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	65.65	69.13	73.29	89.33	107.56	113.14	118.14	124.12	128.30
100	74.22	77.93	82.36	99.33	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

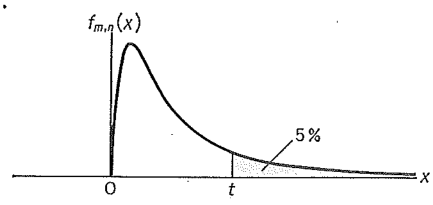
スネデカー，コクラン(畑村，奥野，津村訳)：『統計的方法』(原書第6版)，岩波書店(1972)より引用.



附表 4　F 分布．その1　(α=0.05)　$\int_t^\infty f_{m,n}(x)dx=0.05$ となる m,n,t の値

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	40	60	120	∞
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	250.09	251.14	252.20	253.25	254.32
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.39	19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.84	2.77	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

$\int_t^\infty f_{a,b}(x)dx=0.95$ となる t の値は，この表の $m=b$, $n=a$ に対する値の逆数である．



（解答）

問1.

(1) $平均 = \frac{1}{7}(710+260+620+590+730+1090+810)$

$= \underline{687}$

$分散 = \frac{1}{7}\{(710-687)^2+(260-687)^2+(620-687)^2$
$+(590-687)^2+(730-687)^2+(1090-687)^2$
$+(810-687)^2\} \fallingdotseq 53735$

(2) 標本の大きさ = 100 であるから、

標本平均 = 母平均 = $\underline{30}$

標本分散 = $\frac{母分散}{100} = \underline{\frac{1}{10}}$

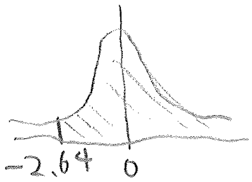
問2. 中心極限定理により、
標本平均 $\bar{x}$ は、正規分布 $N\left(105, \frac{(12)^2}{40}\right)$
に従う。

$$P(\bar{x} \geq 100) = \int_{100}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{12}{\sqrt{40}}} \exp\left(-\frac{(x-105)^2}{2 \times \frac{(12)^2}{40}}\right) dx$$

変数変換 $z = \frac{x-105}{\frac{12}{\sqrt{40}}}$ により、$dz = \frac{\sqrt{10}}{6} dx$

$$\frac{100-105}{\frac{12}{\sqrt{40}}} = -\frac{5}{6}\sqrt{10} \fallingdotseq -2.64$$

$$P(\bar{x} \geq 100) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2.64}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{2.64}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \fallingdotseq 1 - 0.00415 = \underline{0.99585}$$

問3.

(1) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} T_n(x)\,dx$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}\,dx$$

$y = \frac{x}{2}$ とする.

$$与式 = \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} (2y)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} 2\,dy$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^{\infty} y^{\frac{n}{2}-1} e^{-y}\,dy$$

$$= \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) = 1$$

(2) $\displaystyle\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x\,T_n(x)\,dx$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{x}{2}}\,dx$$

$y = \frac{x}{2}$ とする.

$$与式 = \int_0^{\infty} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} (2y)^{\frac{n}{2}} e^{-y}\, 2\,dy$$

$$= \frac{2}{\Gamma(\frac{n}{2})} \int_0^{\infty} y^{\frac{n}{2}+1-1} e^{-y}\,dy$$

$$= 2 \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)$$

$$= 2 \cdot \frac{n}{2} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} = n$$

問 4

(1) 区間推定定理により、

・標本の大きさ $n=16=4^2$

・母分散 $\sigma^2=(28.6)^2$

$\beta=0.99$ に対し、

$$\int_{-z_1}^{z_1}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right)dz=\beta$$

をみたす z_1，つまり $z_1=2.576$

・標本平均 $\bar{x}=152$ に対し、

$$133.6\fallingdotseq\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_1<\mu<\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_1\fallingdotseq170.4$$

が、99%の信頼区間である.

(2) 区間推定定理により、

・標本の大きさ $n=16=4^2$

・標本分散 $s^2=(34.2)^2$

・$\beta=0.99$ に対し、

$$\int_0^{z_0}f_{1,n-1}(z)dz=\beta$$ ($f_{1,n-1}(z)$は、自由度$(1,n-1)$のF分布)

をみたす z_0，つまり $z_0=8.68$

・標本平均 $\bar{x}=152$ に対し、

$$126.0\fallingdotseq\bar{x}-\frac{s\sqrt{z_0}}{\sqrt{15}}<\mu<\bar{x}+\frac{s\sqrt{z_0}}{\sqrt{15}}\fallingdotseq178.0$$

が99%の信頼区間である.

問5

(1)

標本平均 $\overline{x}=\frac{1}{10}(1447+1443+1442+1438+1448$
$+1449+1423+1439+1472+1428)$

$=\underline{1442.9}$

標本分散 $s^2=\frac{1}{10}\{(1447-\overline{x})^2+(1443-\overline{x})^2+(1442-\overline{x})^2$
$+\cdots\cdots+(1428-\overline{x})^2\}$

$=\underline{158.5}$

(2) F分布に関する区間推定定理により、母平均μは99%の確率で、

$$\overline{x}-\frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}}<\mu<\overline{x}+\frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}}$$

に入っている。ただし、標本平均 $\overline{x}=1442.9$、標本分散 $s^2=158.5$. 標本の大きさ $n=10$;
z_1は、自由度$(1,n-1)$のF分布 $f_{1,n-1}(z)$に対し、

$$\int_0^{z_1}f_{1,n-1}(z)\,dz=0.99$$ をみたす数で、

積分数値表により、$z_1=10.56$、

さて、
$$\frac{s\sqrt{z_1}}{\sqrt{n-1}}\fallingdotseq 13.64$$

$$\underline{1429.3<\mu<1456.5}$$

(3) χ^2分布に関する区間推定定理により、母分散 σ^2は、90%の確率で

$$\frac{nS^2}{z_2} < \sigma^2 < \frac{nS^2}{z_1}$$

に入っている。
ただし、標本分散 $S^2=158.5$，標本の大きさ $n=10$。
z_1, z_2は、自由度$(n-1)$のχ^2分布 $T_{n-1}(z)$に対し、

$$\int_{z_2}^{\infty} T_{n-1}(z)\,dz = \frac{1-0.90}{2} = 0.050$$

$$\int_{-\infty}^{z_1} T_{n-1}(z)\,dz = 0.050$$

をみたす数で、積分数値表により、
$z_1 = 3.33$，$z_2 = 16.92$。

さて、 $\frac{nS^2}{z_1} \fallingdotseq 476.0$，$\frac{nS^2}{z_2} \fallingdotseq 93.7$

よって、

$$\underline{93.7 < \sigma^2 < 476.0}$$