

## 確率統計学・中間試験

(平成28年12月22日、機械システム、124名)

問1 次のデータの平均  $\mu$  および分散  $\sigma^2$  を求めなさい。  
20 10 10  
1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 5.

20  
問2 電子メールの文中に「無料」という言葉を含むメールを迷惑メールと判定するプログラムがある。電子メールが迷惑メールである事象をA, 電子メールの文中に「無料」という言葉が含まれる事象をBとする。 $A^c$ はAの余事象とする。過去の統計データによれば、

$$P(B|A) = 0.4, \quad P(B|A^c) = 0.05, \quad \frac{P(A^c)}{P(A)} = 0.82.$$

このプログラムで迷惑メールと判定されたメールが、実際に迷惑メールである確率  $P(A|B)$  をもとめよ。答えは%で表すとし、少数は四捨五入し整数値でもとめよ。

20  
問3 ポアソン分布  $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$  ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) の期待値は  $\lambda$  であることを示しなさい。ただし、 $\lambda > 0$  とする。

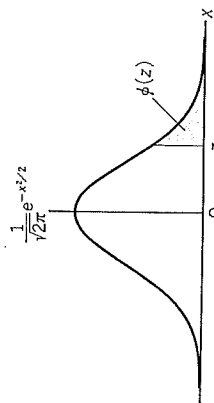
20  
問4 サイコロを450回投げるとき、3の倍数の目が出る回数が150回以上160回以下である確率の近似値を、中心極限定理を用いて求めよ。答えは小数第3位を四捨五入しなさい。

20  
問5 100点満点のテストを20000人が受験した。このテストの得点は正規分布  $N(63.4, (13.6)^2)$  に従うとする。80点以上得点した受験者の人数を求めなさい。

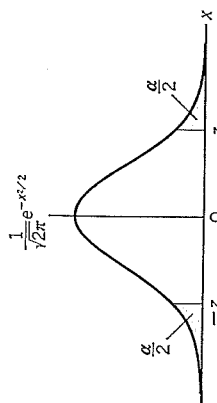
積分数値表が裏面にあります。

附表2 正規分布  $\phi(z) = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$  の値

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00104	0.00100
3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024



陰影部の面積が  $\phi(z)$  の値である



陰影部の面積の和が  $\alpha$  となる z の値

$\alpha$	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

附  
表

問1.

$$\text{平均 } \mu = \frac{1}{10} (1 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 3) \\ = \underline{3}$$

$$\text{分散 } \sigma^2 = \frac{1}{10} \{ (3-1)^2 + (3-2)^2 \times 4 + (3-3)^2 \times 2 + (5-3)^2 \times 3 \} \\ = \frac{1}{10} (4 + 1 \times 4 + 0 + 4 \times 3) = \underline{2}$$

問2.

ベイズの定理により、

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)} \\ = \frac{P(B|A)}{P(B|A) + P(B|A^c) \frac{P(A^c)}{P(A)}}$$

$$P(B|A) = 0.4$$

$$P(B|A^c) = 0.05$$

$$\frac{P(A^c)}{P(A)} = 0.82 \quad \text{を代入.}$$

$$P(A|B) = \frac{0.4}{0.4 + 0.05 \times 0.82} \\ = 0.9070 \dots = 0.91$$

約 91%

①

問3、

$$\begin{aligned}
\text{期待値} &= \sum_{k=0}^{\infty} k \times \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k}{(k-1)!} e^{-\lambda} \\
&= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \\
&= \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \\
&= \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda
\end{aligned}$$

問4、

二項分布<sup>Bin(450, 1/3)</sup>に従い、求めたい確率は、

$$P = \sum_{x=150}^{160} {}_n C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{n-x}$$

(n = 450)

n = 450 は大きいので、中心極限定理により正規分布に近似できる。

$$P \doteq \int_{150}^{160} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$\begin{cases} \mu = n \times \frac{1}{3} = 150 \\ \sigma^2 = n \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 100 = 10^2 \end{cases}$$

変数変換  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$  によ、

$$P \doteq \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

$$\left( \begin{array}{l} \frac{160-150}{10} = 1 \\ \frac{150-150}{10} = 0 \end{array} \right)$$

積分数値表によ、

$$P = \left( \int_0^{\infty} - \int_1^{\infty} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

$$\doteq \frac{1}{2} - 0.1587 = 0.3413$$

約 0.34

問5. 求めたい確率は、

$$P(x \geq 80) = \int_{80}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$(\mu = 63.4, \sigma = 13.6)$$

変数変換  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$  によ、

$$P(x \geq 80) = \int_{1.22}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad \left( \frac{80-63.4}{13.6} \doteq 1.22 \right)$$

$$= 0.1112 \quad (\because \text{積分数値表})$$

④

$$20000 \times 0.1112$$
$$= 2224$$

2224人