数学C 2016　レポート5回目

問、行列 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルをもとめなさい。

$$Ap_1 = p_1 \quad , \quad Ap_2 = 3p_2$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} \boxed{(1)} \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad p_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \boxed{(2)} \end{pmatrix}$$

$\boxed{(1)} = ?$

$\boxed{(2)} = ?$

・ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を解く.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x + y = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s \\ s \end{pmatrix} \quad (s:\text{任意})$$

特に、$s = -1$ とおけば、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$ よって $\boxed{(1)} = 1$.

・ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を解く、

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-x + y = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ s \end{pmatrix} \quad (s:\text{任意})$$

特に $s = 1$ とおけば

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ よって $\boxed{(2)} = 1$.