

# 数学II 2018 レポート (6回目)

問

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & -x \end{pmatrix} \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$$

$M(2, \mathbb{R})$  の部分ベクトル空間である。

$$\text{線型写像 } T: X \rightarrow AXA^{-1}$$

(ただし、 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ) の

$$\text{基底 } e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

に関する  $T$  の表現行列をもとめよう。

$$A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A^{-1}$$

$$= \frac{\boxed{(1)}}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{\boxed{(2)}}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} A^{-1} = \dots$$

$$A \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A^{-1} = \dots$$

であるから、

2

表現行列は、

$$\frac{1}{2} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \boxed{(1)} & 2 & 1 \\ \hline \boxed{(2)} & \boxed{(3)} & 1 \\ \hline 1 & 2 & \boxed{(4)} \\ \hline \end{array}$$

3

$$\boxed{(1)} = -1$$

$$\boxed{(2)} = 1$$

$$\boxed{(3)} = 0$$

$$\boxed{(4)} = -1$$

$$A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} A^{-1} = \boxed{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \boxed{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\boxed{(4)}$