確率統計レポート．（7回目）

問1 ある部品の長さxは正規分布に従う。
母平均μは未知で、母標準偏差は$\sigma=0.035$mm
である。
16個のサンプルを取りだしたところ、
標本平均は$\bar{x}=12.428$ mmであった。

母平均の信頼度95%の信頼区間を
もとめなさい。

$$\boxed{(1)}.411 < \mu < \boxed{(2)}.445$$

(1), (2)は整数。

問2．
ある工場で作っている電球の寿命は、正規分布
$N(\mu,\sigma^2)$　（$\mu=2000$時間，$\sigma=300$時間）
に従う。$n=10$個のサンプルをとりだしたとき、
サンプルの平均寿命が2050時間以上となる
確率Pをもとめよ。

$$P=\int_{\boxed{(3)}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\frac{2\sigma^2}{n}}\right)dx$$

積分数値表を用いて、

$$P \fallingdotseq \boxed{(4)}\ \%.$$

(3), (4)は整数

$\boxed{(1)} = 12$

$\boxed{(2)} = 12$

$\boxed{(3)} = 2050$

$\boxed{(4)} = 30$

（解答）

(パターン1)

問1. 区間推定定理により、母平均 μ は、95%の確率で、区間

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0$$

に入っている。
ただし、標本平均 $\bar{x} = 12.428$, 母標準偏差 $\sigma = 0.035$, 標本の大きさ $n = 16$, 数 z_0 は、

$$\int_{-z_0}^{z_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} z^2\right) dz = \frac{95}{100}$$

をみたすとする。正規分布の積分数値表により
$z_0 = 1.960$ であることが分かる。
さて、

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 = \frac{0.035}{4} \times 1.960 = 0.01715$$

であるから、

$$\underline{12.411 < \mu < 12.455}$$

問2.

$n=10$ 個のサンプル $x_1, x_2, \cdots, x_n$ が

正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ （$\mu=2000$, $\sigma=300$）に

従うので、標本平均 $\bar{x}$ は正規分布

$N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ に従う。

よって $\bar{x} \geq 2050$ となる確率は、

$$P=\int_{2050}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\frac{2\sigma^2}{n}}\right) dx$$

変数変換 $z=\frac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ により、

$$P=\int_{\frac{2050-2000}{300/\sqrt{10}} \fallingdotseq 0.53}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

正規分布の積分数値表により、

$$P \fallingdotseq 0.2981$$

$$\underline{P \fallingdotseq 30\%}$$