

問、 行列 $A = \left(\begin{array}{c|c} 2 & 1 \\ \hline 1 & 2 \end{array} \right)$ の
固有ベクトルをもとめなさい。

$$AP_1 = P_1, \quad AP_2 = 3P_2$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} \boxed{(1)} \\ -1 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \boxed{(2)} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{(1)} = ?$$

$$\boxed{(2)} = ?$$

(2)

$$\bullet \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{を解く.}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x + y = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s \\ s \end{pmatrix} \quad (s: \text{任意})$$

特に、 $s = -1$ とおけば、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{よって } \boxed{(1)} = 1.$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{を解く.}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-x + y = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ s \end{pmatrix} \quad (s: \text{任意})$$

特に $s = 1$ とおけば、

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{よって } \boxed{(2)} = 1.$$