

微積分解法 2017 レポート 8 回目

①

問 1 部分分数展開を求めよ。

$$\frac{x^2}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{A}{(x+1)^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-2}$$

$$B = \frac{\boxed{(1)}}{9}$$

問 2 部分分数展開を求めよ。

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^3+1} &= \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} \\ &= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-x+1} \end{aligned}$$

$$C = \frac{\boxed{(2)}}{3}$$

(2)

$$\boxed{(1)} = 5$$

$$\boxed{(2)} = 2$$

問1. 通分すると、

$$x^2 = A(x-2) + B(x+1)(x-2) + C(x+1)^2 \dots (*)$$

(\*) に  $x = 2$  を代入、

$$4 = 9C \quad \therefore C = \frac{4}{9}$$

(\*) に  $x = -1$  を代入、

$$1 = -3A \quad \therefore A = -\frac{1}{3}$$

両辺の  $x^2$  の係数を比較すると、

$$1 = B + C \quad \therefore B = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

まとめ

$$\frac{x^2}{(x+1)^2(x-2)} = \frac{-\frac{1}{3}}{(x+1)^2} + \frac{\frac{5}{9}}{(x+1)} + \frac{\frac{4}{9}}{(x-2)}$$

問2. 通分するC.

$$\begin{aligned} 1 &= A(x^2 - x + 1) + (Bx + C)(x + 1) \\ &= (A + B)x^2 + (-A + B + C)x + A + C \end{aligned}$$

よって  $x$  の中の係数の比較から、

$$\begin{cases} A + B = 0 \\ -A + B + C = 0 \\ A + C = 1 \end{cases}$$

これを解いて

$$A = \frac{1}{3}, B = -\frac{1}{3}, C = \frac{2}{3}$$