確率統計レポート．（8回目）　①

問1

ある部品の長さxは正規分布に従う．
母平均μは未知で、母標準偏差は$\sigma=0.035mm$である．
16個のサンプルを取りだしたところ、
標本平均は$\bar{x}=12.428\ mm$であった。

母平均の信頼度95%の信頼区間をもとめなさい．

$$\boxed{(1)}.411 < \mu < \boxed{(2)}.445$$

(1),(2)は整数．

問2．

ある工場で作っている電球の寿命は、正規分布
$N(\mu,\sigma^2)$　($\mu=2000$時間，$\sigma=300$時間)
に従う。$n=10$個のサンプルをとりだしたとき、
サンプルの平均寿命が2050時間以上となる
確率Pをもとめよ。

$$P=\int_{\boxed{(3)}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\frac{2\sigma^2}{n}}\right)dx$$

積分数値表を用いて．

$$P \fallingdotseq \boxed{(4)}\ \%.$$

(3),(4)は整数

$\boxed{(1)} = 12$

$\boxed{(2)} = 12$

$\boxed{(3)} = 2050$

$\boxed{(4)} = 30$

（解答）

問1. $\overbrace{\text{区間推定定理}}^{\text{（パターン1）}}$により、母平均 μ は、95%の確率で、区間

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 < \mu < \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0$$

に入っている。

ただし、標本平均 $\bar{x} = 12.428$，母標準偏差 $\sigma = 0.035$，標本の大きさ $n = 16$，数 z_0 は、

$$\int_{-z_0}^{z_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz = \frac{95}{100}$$

をみたすとする。正規分布の積分数値表により、$z_0 = 1.960$ であることが分かる．

さて、

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_0 = \frac{0.035}{4} \times 1.960 = 0.01715$$

であるから、

$$\underline{12.411 < \mu < 12.455}$$

問2.

$n=10$ 個のサンプル $x_1, x_2, \cdots, x_n$ が正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ （$\mu=2000$, $\sigma=300$）に従うので、標本平均 $\bar{x}$ は正規分布 $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ に従う。

よって $\bar{x} \geq 2050$ となる確率は、

$$P = \int_{2050}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\frac{2\sigma^2}{n}}\right) dx$$

変数変換　$z = \dfrac{x-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$　により、

$$P = \int_{\frac{2050-2000}{300/\sqrt{10}} \fallingdotseq 0.53}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

正規分布の積分数値表により、

$$P \fallingdotseq 0.2981$$

$$\underline{P \fallingdotseq 30\%}$$