

確率統計レポート 2016 (5回目)

①

問1. 一様分布は、次の確率密度で与えられる分布である。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & (a < x < b) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

ただし、 $a < b$ とする。

平均と分散をもとめよ。

$$\text{平均 } \mu = \frac{a+b}{\boxed{(1)}}$$

$$\text{分散 } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{\boxed{(2)}}$$

問2. ある生物の体長は、平均 50 cm、
標準偏差 2 cm の正規分布に従う。

体長 48 cm 以上 54 cm 以下の
個体は全体の何%か、

体長を X cm とすると、

$$P(48 \leq X \leq 54) = \int_{\boxed{(3)}}^{54} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

$$(\mu=50, \sigma=2)$$

$$P(48 \leq X \leq 58) \doteq \boxed{(4)} \%$$

↑
整数で答えよ.

$$\boxed{(1)} = 2$$

$$\boxed{(2)} = 12$$

$$\boxed{(3)} = 48$$

$$\boxed{(4)} = 82$$

問1.

$$\begin{aligned}
 \text{平均 } \mu &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \\
 &= \int_a^b \frac{x}{b-a} dx \\
 &= \frac{1}{b-a} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b \\
 &= \frac{1}{b-a} \frac{1}{2} (b^2 - a^2) = \frac{1}{2} (a+b).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{分散 } \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx \\
 &= \int_a^b \frac{1}{b-a} (x^2 - 2\mu x + \mu^2) dx \\
 &= \frac{1}{b-a} \left\{ \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_a^b - 2\mu \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_a^b + \mu^2 [x]_a^b \right\} \\
 &= \frac{1}{b-a} \left\{ \frac{1}{3} (b^3 - a^3) - (a+b) \frac{1}{2} (b^2 - a^2) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{4} (a+b)^2 (b-a) \right\} \\
 &= \frac{1}{3} (b^2 + ba + a^3) - \frac{1}{2} (a+b)^2 + \frac{1}{4} (a+b)^2 \\
 &= \frac{1}{12} (4b^2 + 4ba + 4a^2 - 3(a+b)^2) \\
 &= \frac{1}{12} (b-a)^2
 \end{aligned}$$

問2

5

$$P(48 \leq X \leq 54) = \int_{48}^{54} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

ただし、 $\mu=50$, $\sigma=2$.

変数変換 $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ をおこなうと、

$$dz = \frac{1}{\sigma} dx$$

$$\frac{54-50}{2} = 2$$

$$\frac{48-50}{2} = -1 \quad \text{であるから}$$

$$P(48 \leq X \leq 54) = \int_{-1}^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz$$

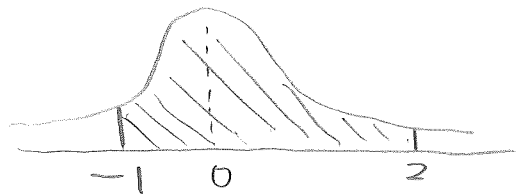
$$\Phi(z) = \int_z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) dz \quad \text{とおく。}$$

$$P(48 \leq X \leq 54) = 1 - \Phi(2.0) - \Phi(1.0)$$

積分数値表より

$$\Phi(2.0) \doteq 0.0228$$

$$\Phi(1.0) \doteq 0.1587$$



よって

$$P(48 \leq X \leq 54) \doteq 0.819$$

$$\boxed{(1)} = 48, \quad \boxed{(2)} = 82$$